

Die Streuung von schnellen Neutronen an zusammengesetzten Atomkernen

Inaugural-Dissertation

zur

Erlangung des Doktorgrades der Philosophischen Fakultät

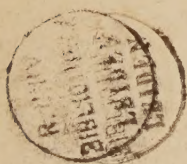
der

Philipps-Universität zu Marburg

vorgelegt von

Gerhard Memmert

aus Heinrichswalde



Marburg 1952

Als Dissertation angenommen Mai 1951

Berichterstatter: Professor Dr. S. Flügge

Mitberichterstatter: Professor Dr. W. Walcher

Tag der mündlichen Prüfung: 11. 6. 1952

Gedruckt mit Genehmigung der Fakultät

Sonderdruck aus „Zeitschrift für Physik“, 134. Band, 1. Heft, Seite 42—65, 1952

(Springer-Verlag, Berlin · Göttingen · Heidelberg)

Die Streuung von schnellen Neutronen an zusammengesetzten Atomkernen.

Von

G. MEMMERT.

Mit 6 Figuren im Text.

(Eingegangen am 12. August 1952.)

Es wird versucht, das umfangreiche experimentelle Material über den Wirkungsquerschnitt zusammengesetzter Atomkerne für den Stoß schneller Neutronen bis zu 300 MeV Energie einheitlich zu behandeln. Hierzu wird zunächst in Abschn. 2 bis 4 die mathematische Methode verbessert, so daß man sicher sein kann, daß etwaige Differenzen zwischen Experiment und theoretischer Vorhersage nur an der Unvollkommenheit des verwendeten Kernmodells liegen können. Der Vergleich wird gegenwärtig dadurch erschwert, daß die experimentelle Auftrennung in Streuquerschnitt und Absorptionsquerschnitt noch unvollkommen ist, so daß der Vergleich vorwiegend an den totalen Querschnitt gebunden ist. Die Ergebnisse sind im allgemeinen gut zu verstehen, doch scheint der Realteil des Brechungsindex mit wachsender Energie schneller $\rightarrow 1$ zu gehen, als man nach dem FERMI-Modell erwarten würde, ein Verhalten, das durch Dispersionsbetrachtungen analog zur klassischen Optik (Abschn. 8) vielleicht erklärt werden kann. Aus den Messungen bei 280 MeV wird versucht, den n - n -Streuquerschnitt abzuschätzen und die beste Übereinstimmung für $\sigma_{nn} = 16 \cdot 10^{-27} \text{ cm}^2$ gefunden, ein Wert, der erheblich kleiner ist als der p - p -Streuquerschnitt bei derselben Energie (Abschn. 7).

1. Einleitung.

Seit der Aufstellung des neuen Zyklotrons in Berkeley ist es möglich geworden, eine Fülle neuer experimenteller Informationen im Bereich hoher Energie zu gewinnen. Die erste Diskussion der Wechselwirkung schneller Neutronen von etwa 90 MeV mit verschiedenen Atomkernen, wie sie sich bei diesen Experimenten ergab, rührt von FERNBACH, SERBER und TAYLOR¹ her und knüpft an die Bemerkung an, daß bei so hohen Energien die Wellenlänge bereits so klein ist, daß bei der üblichen Entwicklung der Neutronenwelle nach Drehimpulsen l viele Glieder auftreten. Dann kann genähert die Summe durch ein Integral über den kontinuierlich gedachten Parameter l ersetzt werden, wie es dem Übergang zur Strahlenoptik entspricht. In diesem Rahmen wird der Atomkern als eine Kugel mit komplexem Brechungsindex nach Art der Metalloptik beschrieben, wo im wesentlichen der Imaginärteil echter Absorption von Neutronen entspricht, während Real- und Imaginärteil zur Streuwelle beitragen.

¹ FERNBACH, S., R. SERBER u. T. B. TAYLOR: Phys. Rev. **75**, 1352 (1949).

Im Laufe der Jahre 1950/51 wurde das experimentelle Material wesentlich vermehrt durch Messungen bei kleineren Energien (42 MeV) sowie bei größeren Energien bis zu 280 MeV. Natürlich hat man bei diesen Energien andere Zahlenwerte für den komplexen Brechungsindex zu wählen, für dessen Berechnung das FERMI-Gasmodell des Kernes naheliegt. Versucht man auf diesem Wege in der durch die Arbeit von FERNBACH, SERBER und TAYLOR vorgezeichneten Weise die Messungen zu verstehen, so ergibt sich eine beträchtliche Diskrepanz zwischen Theorie und Experiment¹.

Dieser Mangel an Übereinstimmung kann *mathematischer* Art sein, d.h. durch die ein wenig rohe Approximation des strengen Beugungsproblems in der zitierten Arbeit² bedingt sein. Er kann aber auch im *physikalischen* Modell des FERMI-Gases begründet sein und durch eine andere Approximation an die komplizierten Verhältnisse im Kerninnern vermieden werden. Daher erwächst die Aufgabe, zunächst der mathematischen Methode eine unbedingt zuverlässige Gestalt zu geben, d.h. das Problem der Beugung einer ebenen Welle an einer Kugel von komplexem Brechungsindex möglichst sauber zu lösen. Alsdann bleibt zu prüfen, in welchem Ausmaße die Übereinstimmung mit dem Experiment besteht, bzw. welche Abweichungen vom FERMI-Modell durch die experimentellen Resultate nahegelegt werden. Schließlich können wir versuchen, der — natürlich schwierigen — Frage näher zu treten, ob die Ergebnisse vielleicht im Rahmen eines anderen Modells geschlossen verstanden werden können.

2. Allgemeiner Ansatz.

Wir beschreiben den Streuvorgang durch die SCHRÖDINGER-Gleichung im Schwerpunktsystem von Kern und Neutron:

$$\Delta\psi + [k^2 - V(r)]\psi = 0,$$

worin

$$k^2 = \frac{2m}{\hbar^2} E$$

ein Maß für die kinetische Energie und

$$V(r) = \frac{2m}{\hbar^2} U(r)$$

proportional der Wechselwirkungsenergie $U(r)$ zwischen Kern und Neutron ist. Letztere ist außerhalb des Kernes ($r > R$) Null und soll im Kerninnern einen konstanten komplexen Wert $U = -U_0$ besitzen.

¹ FLÜGGE, S.: *Ergebn. exakt. Naturw.* **25** (1951).

² FERNBACH u. a.: l. c.

Es ist zweckmäßig, an Stelle von U_0 die komplexe Größe

$$\kappa = \sqrt{k^2 + V_0}$$

einzuführen; dann lautet die SCHRÖDINGER-Gleichung

$$\begin{cases} \Delta\psi + k^2\psi = 0 & \text{für } r > R \\ \Delta\psi + \kappa^2\psi = 0 & \text{für } r < R, \end{cases}$$

und die komplexe Größe

$$\bar{n} = \frac{\kappa}{k} = n + i \frac{K}{k} \quad (1)$$

beschreibt die Kernmaterie durch einen reellen Brechungsindex n und einen Absorptionskoeffizienten K in analoger Weise, wie dies in der Metalloptik gebräuchlich ist. Wir bezeichnen demgemäß $\bar{n}$ auch als komplexen Brechungsindex.

Die SCHRÖDINGER-Gleichung lösen wir in der üblichen Weise durch Kugelfunktionsentwicklung

$$\psi = \sum_l (2l+1) i^l \alpha_l \frac{\chi_l(r)}{kr} P_l(\cos\vartheta),$$

worin χ_l der Differentialgleichung

$$\frac{d^2\chi_l}{dr^2} + \left\{ k^2 - V(r) - \frac{l(l+1)}{r^2} \right\} \chi_l = 0$$

genügt und asymptotisch

$$\chi_l \rightarrow \sin\left(kr - \frac{l\pi}{2} + \eta_l\right)$$

gilt. Hier ist η_l komplex, sofern κ komplex ist. Da asymptotisch

$$\psi \rightarrow e^{ikz} + f(\vartheta) \frac{e^{ikr}}{r}$$

gelten soll, folgt in bekannter Weise

$$\alpha_l = e^{i\eta_l}$$

und

$$f(\vartheta) = -\frac{i}{2k} \sum_l (2l+1) (e^{2i\eta_l} - 1) P_l(\cos\vartheta). \quad (2)$$

Der differentielle Streuquerschnitt wird dann

$$d\sigma_s = |f(\vartheta)|^2 d\Omega, \quad (3)$$

und der Gesamtstreuquerschnitt

$$\sigma_s = \int |f(\vartheta)|^2 d\Omega = \frac{\pi}{k^2} \sum_l (2l+1) |e^{2i\eta_l} - 1|^2. \quad (4)$$

Diese Darstellung, welche bei reinen Streuproblemen üblich ist¹, gilt mit komplexen η_l auch in unserem Falle unverändert. Sie ist lediglich zu ergänzen durch Angabe des Absorptionsquerschnittes²

$$\sigma_a = \frac{\pi}{k^2} \sum_l (2l+1) \{1 - |e^{2i\eta_l}|^2\}, \quad (5)$$

welcher bei reellem η_l natürlich verschwindet. Damit ist die Aufgabe auf die Berechnung der η_l als Funktion von k und κ , sowie auf die Summation der Reihen in Gl. (2) bis (5) reduziert. Für hohe Energien konvergiert die Reihe (2) bekanntlich nur langsam; die darin enthaltenen Koeffizienten

$$e^{2i\eta_l} - 1 = 2ie^{i\eta_l} \sin \eta_l$$

werden erst für $l > kR$ merklich klein, so daß mindestens bis $l \approx kR$ summiert werden muß. Da kR im Energiebereich von 100 bis 300 MeV je nach Kernart Werte zwischen 8 und 30 annimmt, wird eine direkte Verwendung der Reihe (2) unzuweckmäßig, so daß im folgenden sowohl ein Näherungsverfahren zur Berechnung der η_l als auch eines zur Summierung der Reihe zu entwickeln ist.

3. Berechnung der Reihenkoeffizienten.

Die strenge Behandlung des Beugungsproblems führt in wohlbekannter Weise auf die Formel³

$$e^{2i\eta_l} = - \frac{\kappa R \frac{J'(\kappa R)}{J(\kappa R)} - kR \frac{H^{(2)'}(kR)}{H^{(2)}(kR)}}{\kappa R \frac{J'(\kappa R)}{J(\kappa R)} - kR \frac{H^{(1)'}(kR)}{H^{(1)}(kR)}} \cdot \frac{H^{(2)}(kR)}{H^{(1)}(kR)}, \quad (6)$$

wobei zur Abkürzung bei allen Zylinderfunktionen der Index $l + \frac{1}{2}$ weggelassen ist.

Unsere Aufgabe in diesem Abschnitt wird darin bestehen, den sehr schwerfälligen Ausdruck (6) zu vereinfachen.

Wir beginnen mit der Berechnung der Koeffizienten (6) für kleine l . Dann können wir die asymptotischen Reihen von DEBYE für die Zylinderfunktionen benutzen, wobei wir uns für

$$l + \frac{1}{2} \ll kR \quad \text{bzw.} \quad \kappa R \gg 1 \quad \text{und} \quad kR \gg 1$$

auf die Anfangsglieder der Entwicklungen beschränken können.

¹ MOTT, N. F., u. H. S. W. MASSEY: The theory of atomic collisions, 2. Aufl. Oxford 1949.

² FESHBACH, H., D. C. PEASLEE u. V. F. WEISSKOPF: Phys. Rev. **71**, 145 (1947).

³ FLÜGGE, S., u. H. MARSCHALL: Rechenmethoden der Quantentheorie, Bd. 1, 2. Aufl., S. 116. Berlin u. Göttingen 1952.

Nach DEBYE¹ ist genähert

$$H_v^{(1,2)}(z) = \frac{e^{\pm i\alpha}}{\sqrt{q}}, \quad (7)$$

worin

$$q = \sqrt{z^2 - v^2}; \quad \alpha = q - v \arctg \frac{q}{v} - \frac{\pi}{4} \quad (8)$$

sind. Statt dessen ist es oft zweckmäßig durch

$$q = z \sin \tau; \quad v = z \cos \tau; \quad \alpha = z(\sin \tau - \tau \cos \tau) - \frac{\pi}{4} \quad (9)$$

einen Parameter τ einzuführen. Durch Differenzieren folgt in einfacher Weise

$$\frac{dH_v^{(1,2)}}{dz} = \left(\pm i \frac{q}{z} - \frac{z}{2q^2} \right) H_v^{(1,2)}.$$

Bei Vernachlässigung des zweiten Terms in der Klammer (d.h. für $z^2 - v^2 > z^{\frac{2}{3}}$) kann bei Verwendung des Parameters τ auch geschrieben werden:

$$\frac{H_v^{(1,2)'}(z)}{H_v^{(1,2)}(z)} = \pm i \sin \tau. \quad (10)$$

Wegen

$$2J_v(z) = H_v^{(1)}(z) + H_v^{(2)}(z)$$

erhält man nach einfacher Rechnung in der gleichen Näherung

$$\frac{J_v'(z)}{J_v(z)} = \sin \tau \operatorname{tg} \alpha. \quad (11)$$

Da wir diese DEBYESchen Formeln in der Folge bei den HANKEL-Funktionen für das Argument $z = kR$, bei den BESSEL-Funktionen für $z = \kappa R$ anwenden müssen, ist es zweckmäßig zu unterscheiden:

$$z_1 = kR; \quad \cos \tau_1 = \frac{v}{kR}; \quad \alpha_1 = kR(\sin \tau_1 - \tau_1 \cos \tau_1) - \frac{\pi}{4} \quad (12a)$$

und

$$z_2 = \kappa R; \quad \cos \tau_2 = \frac{v}{\kappa R}; \quad \alpha_2 = \kappa R(\sin \tau_2 - \tau_2 \cos \tau_2) - \frac{\pi}{4}, \quad (12b)$$

wobei durchweg $v = l + \frac{1}{2}$ bedeutet. Einsetzen in Gl. (6) ergibt dann nach elementaren Umformungen

$$e^{2i\eta_l} = e^{2i(\alpha_2 - \alpha_1)} \frac{1 - r e^{-2i\alpha_2}}{1 - r e^{+2i\alpha_2}} \quad (13)$$

¹ Vgl. JAHNKE-EMDE: Tafeln höherer Funktionen, 4. Aufl., S. 138. 1948. Oder MAGNUS, W., u. F. OBERHETTINGER, Formeln und Sätze für die speziellen Funktionen der mathematischen Physik, 2. Aufl., S. 33. 1948.

mit der Abkürzung¹

$$r = \frac{\sin(\tau_2 - \tau_1)}{\sin(\tau_2 + \tau_1)}. \quad (14)$$

Wir werden in der Folge sehen, daß κ/k stets sehr wenig von 1 abweichen wird; dann wird $r \ll 1$ und nach Gl. (13)

$$\eta_l = \alpha_2 - \alpha_1 = kR \left\{ \frac{\sin(\tau_2 - \tau_1)}{\cos \tau_2} - (\tau_2 - \tau_1) \cos \tau_1 \right\}. \quad (15)$$

In Fig. 1 ist η_l nach (15) als Funktion von l für den speziellen Fall

$$\bar{n} = \frac{\kappa}{k} = 1,15 + i 0,05 \quad \text{und} \quad kR = 8,56$$

aufgetragen. Diese Zahlenwerte wurden gewählt, weil hierfür exakt aus Gl. (6) berechnete Phasenwerte in einer Arbeit von PASTERNAK und SNYDER² vorlagen, die in der Figur als Kreise eingezeichnet sind. Schließlich enthält die Figur noch die nach FERNBACH u. a. (l. c.) berechneten Werte. Man sieht, daß die FERNBACHschen Werte ebenso wie die aus Gl. (15) berechneten für kleine l zu den exakten Werten passen, für große l aber zunehmend zu klein werden.

Der Unterschied zwischen der FERNBACHschen Funktion und Gl. (15) kann leicht abgeschätzt werden. In unserer Bezeichnungsweise läßt sich die FERNBACHsche Funktion nämlich schreiben

$$\eta_l^F = (z_2 - z_1) \sin \tau_1 = (\bar{n} - 1) kR \cdot \sin \tau_1. \quad (16)$$

Die Differenz gegen (15) ergibt sich nach einigen Umformungen zu

$$\eta_l - \eta_l^F = 2\nu \left\{ \sin \frac{\tau_2 - \tau_1}{2} \left(\cos \frac{\tau_2 - \tau_1}{2} - \operatorname{tg} \tau_2 \cdot \sin \frac{\tau_2 - \tau_1}{2} \right) - \frac{\tau_2 - \tau_1}{2} \right\}.$$

Da $|\bar{n}| \approx 1$, wird $|\tau_2 - \tau_1| \ll 1$, und Entwicklung ergibt

$$\eta_l - \eta_l^F \approx -\frac{1}{2} \nu \operatorname{tg} \tau_2 \cdot (\tau_2 - \tau_1)^2;$$

die Differenz wird also von zweiter Ordnung klein in $(\tau_2 - \tau_1)$.

Am Beispiel von Fig. 1 erkennt man, daß die exakten Phasenwerte abwechselnd größer und kleiner als die nach (15) berechneten sind, und daß letztere im Mittel die Phasen gut wiedergeben. Dies ist nicht nur für $l + \frac{1}{2} \ll kR$ richtig, sondern selbst noch für $l = 5$ bis 6 bei $kR = 8,56$. Erst für $l + \frac{1}{2} \approx kR$ wird sowohl durch (15) als durch (16) die Phase schlecht wiedergegeben, und daher soll η_L für $L + \frac{1}{2} = kR$ direkt

¹ Gl. (14) hat formal den FRESNELSchen Aufbau eines Reflexionskoeffizienten im Rahmen einer (skalaren) Wellentheorie. Daß dies mehr als eine formale Ähnlichkeit ist und bei reellem κ eine geometrische Deutung von τ_1 und τ_2 als Einfallswinkel und Brechungswinkeln gestattet, ergibt sich in der ganz analog anzusetzenden Theorie des Regenbogens, vgl. VAN DER POL, Phil. Mag. **24**, 141, 825 (1937).

² PASTERNAK, S., u. H. SNYDER: Phys. Rev. **80**, 921 (1950).

ausgerechnet werden. Als Phasenfunktion wählen wir dann eine solche, die sich für kleine Werte von l an (15) anschließt, aber für $l=L$ den richtigen Wert η_L annimmt. Dies leistet die Funktion

$$\eta_l = [(\bar{n} - 1) kR - \eta_L] \sin \tau_1 + \eta_L. \quad (17)$$

Diese Interpolation ist in Fig. 1 ebenfalls dargestellt, und wird in der Folge in dieser Arbeit zugrunde gelegt.

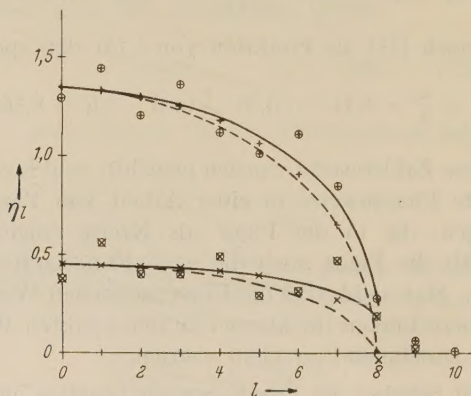


Fig. 1. Die Phasen η_l in Abhängigkeit von l . Oberes Kurvenpaar: $\Re(\eta_l)$; unteres Kurvenpaar: $\Im(\eta_l)$; gestrichelte Kurven: Phasenfunktion nach FERNBACH, Gl. (16); ausgezogene Kurven: Phasenfunktion nach Gl. (17); $\oplus$ bzw. $\otimes$: die exakten Phasen $\Re(\eta_l)$ bzw. $\Im(\eta_l)$; $+$ bzw. $\times$: die Phasen $\Re(\eta_l)$ bzw. $\Im(\eta_l)$ nach Gl. (15).

Zur Ausrechnung von η_L benutzen wir für die Zylinderfunktionen in Gl. (6) die DEBYESchen Formeln

$$H_p^{(1,2)}(p) = \frac{A_1}{p^{\frac{1}{3}}} e^{\mp \frac{\pi i}{3}} + \frac{A_2}{p^{\frac{2}{3}}} e^{\mp \frac{2\pi i}{3}} + \dots$$

$$H_p^{(1,2)}(p) = \frac{B_1}{p^{\frac{2}{3}}} e^{\pm \frac{\pi i}{3}} + \frac{B_2}{p^{\frac{1}{3}}} e^{\pm \frac{2\pi i}{3}} + \dots$$

mit

$$A_1 = 0,895; \quad A_2 = 0,012; \quad B_1 = 0,822; \quad B_2 = 0,179.$$

Man erhält daher in guter Näherung

$$H_p^{(2)}(p)/H_p^{(1)}(p) \approx e^{-\frac{2\pi i}{3}}$$

und

$$H_p^{(1,2)'}(p)/H_p^{(1,2)}(p) \approx e^{\pm \frac{2\pi i}{3}} \frac{B_1}{A_1} p^{-\frac{1}{3}} \left\{ 1 + e^{\pm \frac{\pi i}{3}} \frac{B_2}{B_1} p^{-\frac{2}{3}} + \dots \right\}.$$

Nach Einsetzen der Konstanten A_i und B_i führt die letzte Formel auf:

$$p H_p^{(1,2)'}(p)/H_p^{(1,2)}(p) = -(0,46 p^{\frac{2}{3}} + 0,20) \pm i(0,79 p^{\frac{2}{3}}).$$

Zur Berechnung der entsprechenden Ausdrücke für die BESSEL-Funktionen müssen wir eine andere Methode anwenden, da das Argument $\bar{n}p$ dort nicht mit dem

Index p übereinstimmt. Wir können hier von der Relation

$$J_p(\lambda p) = \lambda^p \sum_{m=0}^{\infty} \frac{J_{p+m}(p)}{m!} \left(\frac{1-\lambda^2}{2} p \right)^m$$

Gebrauch machen; mit der Rekursionsformel

$$\lambda p \frac{J'_p(\lambda p)}{J_p(\lambda p)} = \lambda p \frac{J_{p-1}(\lambda p)}{J_p(\lambda p)} - p$$

zusammen führt diese auf

$$\lambda p \frac{J'_p(\lambda p)}{J_p(\lambda p)} = p \frac{\sum_{m=0}^{\infty} \frac{1}{m!} J_{p-1+m}(p) \left(\frac{1-\lambda^2}{2} p \right)^m}{\sum_{m=0}^{\infty} \frac{1}{m!} J_{p+m}(p) \left(\frac{1-\lambda^2}{2} p \right)^m} - p.$$

Dieser Ausdruck enthält für den uns allein interessierenden Fall $|\lambda| \approx 1$ im Zähler und Nenner rasch konvergierende Reihen, so daß er rechnerisch verhältnismäßig einfach zu handhaben ist.

Wird endlich $l + \frac{1}{2} \gg kR$, so fallen in DEBYEScher Näherung die beiden HANKEL-Funktionen zusammen, und es wird nach Gl. (6) $\eta_l = 0$. Dies trifft mit sehr großer Genauigkeit zu, wenn $|l + \frac{1}{2} - kR| > (kR)^{\frac{1}{3}}$. Das bedeutet im Falle $kR \sim 8$, daß nur noch ein Glied jenseits von $l = L$ berücksichtigt werden muß. Wird kR größer, so können noch ein oder zwei Glieder mehr hinzutreten. Da aber in allen diesen Fällen η_L selbst bereits recht klein ist, während die Summe über die ersten L Glieder schon groß ist, so macht die Vernachlässigung aller Glieder mit $l > L$ wenig aus und soll im folgenden stets erfolgen.

4. Die Formeln für die Wirkungsquerschnitte.

Bei der Berechnung der Wirkungsquerschnitte haben wir es stets mit vielgliedrigen Summen über den Index l zu tun, für welche wir die EULERSche Summenformel benutzen wollen. Dabei führen wir als Integrationsvariable $\nu = l + \frac{1}{2}$ ein; dann ergibt sich allgemein für jede derartige Summe

$$\sum_{l=0}^{\infty} (2l+1) A_{l+\frac{1}{2}} \approx \int_{\frac{1}{2}}^{\infty} 2\nu A_{\nu} d\nu + \frac{1}{2} A_{\frac{1}{2}} \approx 2 \int_0^{\infty} \nu A_{\nu} d\nu.$$

Die Rechnungen des vorhergehenden Abschnitts haben außerdem gezeigt, daß die A_{ν} für $\nu > kR$ sehr rasch abnehmen, so daß als obere Grenze $\nu = kR$ gesetzt werden darf:

$$\sum_{l=0}^{\infty} (2l+1) A_{l+\frac{1}{2}} = 2 \int_0^{kR} \nu A_{\nu} d\nu. \quad (18)$$

Mit der Phasenfunktion (17) ergibt sich dann als gesamter *Streuquerschnitt* gemäß der Definitionsgleichung (4) und (18):

$$\sigma_s = \frac{\pi}{k^2} 2 \int_0^{kR} \nu |e^{2i(a \sin \tau_1 + b)} - 1|^2 d\nu,$$

worin

$$a = (\bar{n} - 1) kR - \eta_L; \quad b = \eta_L; \quad \sin \tau_1 = \sqrt{1 - \left(\frac{\nu}{kR}\right)^2} \quad (19)$$

ist. Das Integral läßt sich mit der Substitution $\sin \tau_1 = x$ in die Form

$$\sigma_s = 2\pi R^2 \int_0^1 |e^{2i(ax+b)} - 1|^2 x dx$$

bringen, in welcher man sofort erkennt, daß es elementar ausgewertet werden kann. Die Koeffizienten a und b sind im allgemeinen komplexe Zahlen; setzt man

$$2ib = r_1 + i i_1; \quad 2ia = r_2 + i i_2, \quad (20)$$

so ist

$$\left. \begin{aligned} r_1 &= 2 \Im \eta_L; & r_1 + r_2 &= 2 \Im \eta_0, \\ i_1 &= 2 \Re \eta_L; & i_1 + i_2 &= 2 \Re \eta_0. \end{aligned} \right\} \quad (21)$$

Das Resultat läßt sich dann schreiben

$$\sigma_s = \gamma_s \cdot \pi R^2 \quad (22)$$

mit

$$\left. \begin{aligned} \gamma_s &= 1 + e^{2(r_1+r_2)} \left(\frac{1}{r_2} - \frac{1}{2r_2^2} \right) + \frac{e^{2r_1}}{2r_2^2} + \\ &+ 4 \frac{e^{r_1+r_2}}{(r_1^2+r_2^2)^2} \{ [r_2(r_2^2+i_2^2) + (i_2^2-r_2^2)] \cos(i_1+i_2) + \\ &+ [i_2(r_2^2+i_2^2) + 2r_2 i_2] \sin(i_1+i_2) \} + \\ &+ 2 \frac{e^{r_1}}{(r_2^2+i_2^2)^2} \{ (i_2^2-r_2^2) \cos i_1 - 2r_2 i_2 \sin i_1 \}. \end{aligned} \right\} \quad (23)$$

Eine Kontrolle für die Genauigkeit der Formel (23) bietet der Vergleich mit der Arbeit von PASTERNAK und SNYDER (l. c.). Die Verfasser berechnen unter anderem den Streuquerschnitt für Aluminium bei einer Neutronenenergie von 90 MeV. Dabei benutzen sie die exakt nach Gl. (6) berechneten Phasen bis einschließlich η_{11} bei einem Wert von $kR = 8,56$. Als Streuquerschnitt erhalten sie $\sigma_s = 0,83 \cdot 10^{-24} \text{ cm}^2$. Bei Benutzung der von ihnen zugrunde gelegten Werte für n und K ergibt Gl. (23) $\sigma_s = 0,82 \cdot 10^{-24} \text{ cm}^2$, also vorzügliche Übereinstimmung.

In entsprechender Weise erhalten wir aus Gl. (5) für den *Absorptionsquerschnitt*

$$\sigma_a = \frac{\pi}{k^2} \int_0^{kR} 2\nu (1 - |e^{2i\eta\nu}|^2) d\nu = 2\pi R^2 \int_0^1 (1 - e^{2(r_1+r_2 x)}) x dx.$$

Setzen wir analog zu (22)

$$\sigma_a = \gamma_a \cdot \pi R^2, \quad (24)$$

so führt die elementare Auswertung des Integrals auf

$$\gamma_a = 1 - e^{2(r_1 + r_2)} \left(\frac{1}{r_2} - \frac{1}{2r_2^2} \right) - \frac{e^{2r_1}}{2r_2^2}. \quad (25)$$

In dem von PASTERNAK und SNYDER durchgerechneten Beispiel ergab sich $\sigma_a = 0,45 \cdot 10^{-24} \text{ cm}^2$, während Gl. (25) auf $\sigma_a = 0,41 \cdot 10^{-24} \text{ cm}^2$ führt. Der Fehler ist also etwas größer als beim Streuquerschnitt, aber noch immer nicht erheblich.

Wir fügen noch die durch Addition entstehende Formel für den totalen Wirkungsquerschnitt an:

$$\sigma_t = \sigma_s + \sigma_a = \gamma_t \cdot \pi R^2; \quad \gamma_t = \gamma_s + \gamma_a. \quad (26)$$

Schließlich brauchen wir im folgenden noch die *Streuamplitude* $f(0)$ für Vorwärtsstreuung der Neutronen, die aus Gl. (2) wegen $P_l(1) = 1$ ebenfalls in Form einer nach EULER zu approximierenden Summe entnommen werden kann:

$$f(0) = \frac{1}{2} i k R^2 \left\{ 1 - 2 \frac{e^{r_1 + i i_1}}{(r_2 + i i_2)^2} [1 - (1 - r_2 - i i_2) e^{r_2 + i i_2}] \right\}. \quad (27)$$

Mit diesen Formeln ist der erste Teil des in der Einleitung entwickelten Programms erfüllt, nämlich ein mathematisch einwandfreies Rechenverfahren zu schaffen. Wir wenden uns nun dem zweiten, eigentlich physikalischen Teil der Aufgabe zu.

5. Streuversuche bei 84 MeV.

Wir versuchen zunächst eine Auswertung der Messungen, welche für Neutronen von 84 MeV vorliegen, und zwar beschränken wir uns auf ein leichtes Element (Al) und ein schweres Element (Pb).

Aluminium. Die Neutronenenergie im Schwerpunktssystem beträgt 81 MeV; mit der bewährten Kernradiusformel

$$R = 1,40 \cdot 10^{-13} \sqrt[3]{A} \text{ cm}$$

ergibt das $kR = 8,30$. Den Realteil des Brechungsexponenten entnehmen wir dem FERMI-Gasmodell des Kernes; bei einer im folgenden einheitlich zugrunde gelegten Topftiefe von 28,5 MeV wird bei dieser Energie $n = 1,16$. Damit berechnet sich

$$\Re(\eta_0) = (n - 1) k R = 1,35.$$

Den Absorptionskoeffizient K , Gl. (1), entnehmen wir, um nicht zuviel theoretische Bilder einzuführen, aus dem gemessenen Wert von

$\sigma_a = 0,43 \cdot 10^{-24} \text{ cm}^2$. Gl. (24) führt dann auf

$$K = 0,113 \cdot 10^{13} \text{ cm}^{-1}.$$

Dann kennen wir aber alle Bestimmungsstücke und können aus Gl. (22) auch den Streuquerschnitt berechnen zu $\sigma_s = 0,83 \cdot 10^{-24} \text{ cm}^2$ gegenüber dem experimentellen Wert¹ von $0,71 \cdot 10^{-24} \text{ cm}^2$. Der Mangel an Übereinstimmung kann, sofern beide Meßwerte zuverlässig sind, nur durch einen fehlerhaften Wert von n entstanden sein; Übereinstimmung mit dem Experiment wird erreicht für $n = 1,152$, also einen geringfügig gegen das FERMI-Modell verkleinerten Brechungsindex.

Schließlich ist noch bei Al die Vorwärtsstreuung² zu $|f(0)|^2 = 5,0 \cdot 10^{-24} \text{ cm}^2/\text{RWE}$ gemessen³; der aus den vorstehenden Werten der Parameter n und K hervorgehende theoretische Wert dagegen würde nur $4,2 \cdot 10^{-24} \text{ cm}^2/\text{RWE}$ sein.

Blei. Die Verhältnisse liegen hier ähnlich. Es ergibt sich $kR = 16,6$ und aus dem FERMI-Modell $n = 1,157$. Zur Darstellung des gemessenen $\sigma_a = 1,68 \cdot 10^{-24} \text{ cm}^2$ braucht man einen Absorptionskoeffizienten

$$K = 0,101 \cdot 10^{13} \text{ cm}^{-1}.$$

Dann ergibt sich $\sigma_s = 3,32 \cdot 10^{-24} \text{ cm}^2$, während nur $2,79 \cdot 10^{-24} \text{ cm}^2$ gemessen wurde. Um Übereinstimmung zu erzielen, muß man $n = 1,173$ annehmen, also vom FERMI-Modell im entgegengesetzten Sinne ein wenig abweichen. Trotzdem ergibt sich gegenüber der gemessenen Vorwärtsstreuung $|f(0)|^2 = 64 \cdot 10^{-24} \text{ cm}^2/\text{RWE}$ wieder ein Fehlbetrag des berechneten Wertes von $58 \cdot 10^{-24} \text{ cm}^2/\text{RWE}$.

Die Deutung des Absorptionskoeffizienten K mit Hilfe der Zusammenstöße des in den Kern eindringenden Primärneutrons mit den einzelnen Kernnukleonen führt bekanntlich zu der Formel

$$K = q \cdot \frac{3}{4\pi R^3} (Z\sigma_{np} + N\sigma_{nn}) = q \cdot 8,7 \cdot 10^{13} \left(\frac{Z}{A} \sigma_{np} + \frac{N}{A} \sigma_{nn} \right) \text{ cm}^{-1} \quad (28)$$

(mit σ_{np} und σ_{nn} in 10^{-24} cm^2),

wobei für σ_{np} und σ_{nn} die Streuquerschnitte an freien Nukleonen für die betreffenden Energien eingesetzt werden können; σ_{np} ist gemessen, und σ_{nn} kann man versuchsweise durch σ_{pp} (abzüglich den COULOMB-Anteil) ersetzen. Der Faktor q wurde zuerst von GOLDBERGER⁴ eingeführt, um der Verkleinerung der effektiven Stoßquerschnitte im FERMI-Gas infolge der verbotenen besetzten Endzustände Rechnung zu tragen.

¹ BRATENAHL, A., S. FERNBACH, R. H. HILDEBRAND, C. E. LEITH u. B. J. MOYER: Phys. Rev. **77**, 597 (1950).

² BRATENAHL u. a.: l. c.

³ RWE = Raumwinkeleinheit; gesamter Raumwinkel = 4π .

⁴ GOLDBERGER, M. L.: Phys. Rev. **74**, 1268 (1948).

Für Energien um 100 MeV ist $q \approx 0,7$ und geht mit wachsender Energie gegen 1.

Versucht man die vorstehend für Al und Pb angegebenen, aus dem empirischen Material erschlossenen Werte von K in diesem Sinne zu verstehen, so erhält man einen merklichen Unterschied zu Gl. (28). Bei Energien von rund 110 MeV, wie sie das stoßende Nukleon im Kerninnern annimmt, betragen σ_{np} und σ_{pp} beide empirisch ungefähr $70 \cdot 10^{-27} \text{ cm}^2$. Daher ist bei dieser Energie für alle Elemente $K = q \cdot 0,6 \cdot 10^{13} \text{ cm}^{-1}$ zu erwarten, was mit $q \approx 0,7$ jedenfalls nicht zu den oben angegebenen Werten führt.

In beiden Fällen sind die errechneten Werte von $|f(0)|^2$ gegenüber den experimentellen Werten zu klein. Daß dieser Fehler nicht von der hier benutzten Näherungsmethode her stammt, zeigt der Vergleich mit der exakten Kugelfunktionsentwicklung. PASTERNAK und SNYDER erhalten zwar für die Vorwärtsstreuung bei Aluminium $5,0 \cdot 10^{-24} \text{ cm}^2/\text{RWE}$, für den Gesamtstreuquerschnitt ergibt sich jedoch aus ihren Rechnungen $\sigma_s = 0,83 \cdot 10^{-24} \text{ cm}^2$ statt $0,71 \cdot 10^{-24} \text{ cm}^2$ experimentell. Dies bedeutet, daß auch bei Benutzung der exakten Methode die Vorwärtsstreuung im Verhältnis zum Streuquerschnitt zu klein wird, und daß die Verfasser ebenfalls eine zu kleine Vorwärtsstreuung erhalten hätten, wenn sie ihre Rechnung an den Gesamtstreuquerschnitt angeschlossen hätten.

Insgesamt muß man feststellen, daß bei dem bisher eingeschlagenen Weg, die Parameter zu bestimmen, welche die Streuung charakterisieren, ein sehr uneinheitliches Bild entsteht. Sowohl der Brechungsindex als auch der Absorptionsfaktor q werden bei gleicher Energie aber verschiedenen Kernen sehr verschieden. Außerdem ist die daraus berechnete Vorwärtsstreuung zu klein. Zur Berechnung der Wirkungsquerschnitte bei anderen Energien müssen wiederum neue Werte für n und K gewählt werden, um Übereinstimmung mit dem Experiment zu erhalten, und damit werden n bzw. q Funktionen sowohl von der Energie als auch von der Kernart.

Eine genauere Betrachtung der experimentellen Methoden zeigt, daß die Messung des Absorptionsquerschnitts sehr unsicher ist. Die benutzten Detektoren haben eine Energieschwelle von 20 bzw. 50 MeV, d. h. nur solche Neutronen, die nach dem Stoß geringere Energien haben, scheinen unelastisch gestreut worden zu sein. Diejenigen Neutronen jedoch, die nach dem Zusammenstoß Energien oberhalb der Schwellwerte besitzen, können als elastisch gestreute Neutronen gezählt werden, auch dann, wenn sie durch den Stoßvorgang Energie verloren haben und somit zur unelastischen Streuung gerechnet werden müßten.

Den Vorgang der Streuung von Neutronen im Kerninnern kann man sich etwa folgendermaßen vorstellen: Trifft das eingedrungene Neutron der Energie E auf ein Nukleon im Kern, so mag z. B. eine Ablenkung um den Winkel ϑ erfolgen. Hierbei sinkt die Energie des Neutrons

auf E' , und es ist

$$\frac{E'}{E} = \cos \vartheta.$$

Im Grenzfall kleiner Ablenkung entsteht nur ein sehr geringer Energieverlust, und der Detektor zählt diese unelastisch gestreuten Neutronen mit praktisch der gleichen Empfindlichkeit wie die elastisch gestreuten Teilchen. Die Wirkungsquerschnitte für die im Kerninnern stattfindenden Prozesse, nämlich die n - p - und n - n -Streuung ergeben sich aus den experimentellen Werten, wenn man insbesondere $\sigma_{nn} = \sigma_{pp}$ annimmt. Danach^{1,2} ist z. B. für Aluminium bei einer Neutronenenergie von $81 \pm 28,5 = 110$ MeV

$$|f(0)|_{np}^2 = 15 \frac{10^{-27} \text{ cm}^2}{\text{RWE}} \quad \text{und} \quad |f(0)|_{pp}^2 = 4 \frac{10^{-27} \text{ cm}^2}{\text{RWE}}.$$

Für Aluminium ist $N = 14$ und $Z = 13$, und daher die Vorwärtsstreuung des ganzen Al-Kerns

$$(4 \cdot 14 + 15 \cdot 13) \frac{10^{-27} \text{ cm}^2}{\text{RWE}} = 0,251 \frac{10^{-24} \text{ cm}^2}{\text{RWE}}.$$

Nun muß noch berücksichtigt werden, daß diese Werte für das Schwerpunktsystem Neutron-Nukleon gelten, während für das System Neutron + Al-Kern (das praktisch gleich dem Laborsystem ist) diese Werte um den Faktor 4 vergrößert werden müssen. Außerdem ist noch der Absorptionsfaktor $q = 0,7$ (entsprechend den weiter unten erwähnten Rechnungen) anzufügen, so daß sich insgesamt für die unelastische Vorwärtsstreuung ergibt

$$|f(0)|_{\text{unel}}^2 = 0,67 \frac{10^{-24} \text{ cm}^2}{\text{RWE}}.$$

Dieser Betrag ist zur elastischen Vorwärtsstreuung von $4,2 \cdot 10^{-24} \text{ cm}^2/\text{RWE}$ hinzuzufügen und gibt dann (bei den praktisch zur Verfügung stehenden Detektoren) den Wert der „elastischen“ Vorwärtsstreuung von $4,9 \cdot 10^{-24} \text{ cm}^2/\text{RWE}$ in guter Übereinstimmung mit dem Experiment.

Die Bedeutung dieser letzten Überlegungen, die auch bei Blei zu dem entsprechenden Ergebnis führen, liegt vor allem darin, daß sie deutlich auf den Unterschied hinweisen, der zwischen dem theoretischen Begriff der elastischen bzw. unelastischen Streuung einerseits und ihrer praktischen Verwirklichung andererseits besteht. Man muß also immer damit rechnen, daß in den gemessenen Streuverteilungen unelastische Streuung enthalten ist, und es ist daher sinnlos, die experimentell gemessenen sog. Streuverteilungen, Gesamtstreuquerschnitte oder Ab-

¹ HADLEY, J., E. KELLEY, C. LEITH, E. SEGRÈ, C. WIEGAND u. H. YORK: Phys. Rev. **75**, 351 (1949).

² BIRGE, R. W.: Phys. Rev. **80**, 490 (1950).

sorptionsquerschnitte getrennt zu diskutieren. Lediglich der totale Wirkungsquerschnitt scheint durch die heutigen Meßmethoden in diesen Energiebereichen einwandfrei bestimmbar zu sein, weil dieser unabhängig von den Schwellenenergien der Detektoren ist. Daher soll der weitere Vergleich von Experiment und Theorie lediglich am Beispiel des totalen Wirkungsquerschnitts durchgeführt werden.

6. Die Streuung im Bereich von 84 bis 280 MeV.

Die totalen Wirkungsquerschnitte sind in einer Reihe von experimentellen Arbeiten¹ im Energiebereich von 84 bis 280 MeV für mehrere Kerne angegeben. Fig. 2 zeigt insbesondere die Wirkungsquerschnitte für Al, Cu und Pb. Auf Grund dieser experimentellen

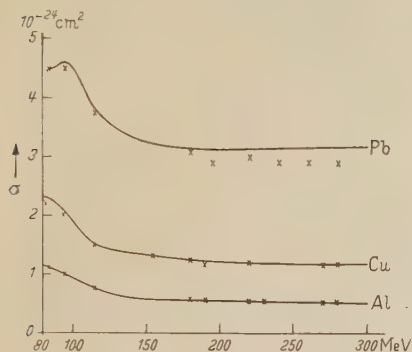


Fig. 2. Gesamt Wirkungsquerschnitte für Al, Cu und Pb. Die ausgezogenen Kurven stellen die theoretischen Werte berechnet nach Voraussetzung 1 bis 4 (Abschn. 6) dar. Die eingetragenen Punkte sind Meßwerte.

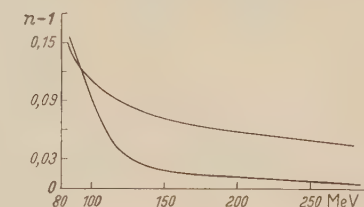


Fig. 3. $(n-1)$ als Funktion der Energie. Obere Kurve berechnet nach dem FERMI-Gas-Modell; untere Kurve bei Verwendung der gemessenen Wirkungsquerschnitte.

Werte sind der Brechungsindex und der Absorptionsfaktor q bestimmt worden. Es zeigt sich, daß eine verhältnismäßig gute Darstellung der Streukurven entsteht, wenn

1. $q = \frac{2}{3}$ unabhängig von der Energie,
2. $(n-1)$ energieabhängig gemäß Fig. 3 untere Kurve,
3. sowohl n als auch q unabhängig von der Kernart,
4. $\sigma_{nn} = \sigma_{pp}$

gewählt werden.

In Fig. 3 ist zugleich $(n-1)$ als Funktion der Energie eingetragen, wie sie sich nach dem FERMI'schen Modell ergibt. Man sieht, daß für 90 MeV beide Werte von $(n-1)$ etwa übereinstimmen, daß aber für höhere Energien das aus den Experimenten bestimmte $(n-1)$ viel rascher abfällt und dann bei etwa 200 MeV unmerklich kleine Werte annimmt. In Fig. 2 zeigt die ausgezogene Kurve die auf Grund der

¹ BRATENAHN u. a.: l. c. — JUREN, J. DE: Phys. Rev. **77**, 606; **80**, 27 (1950). — FOX, R., C. LEITH, L. WOUTERS u. K. R. MCKENZIE: Phys. Rev. **80**, 23 (1950). — JUREN, J. DE, u. B. J. MOYER: Phys. Rev. **81**, 919 (1951).

obigen Festlegung von $(n-1)$ und q berechneten Werte des Wirkungsquerschnitts. Wie man sieht, ist die Übereinstimmung im allgemeinen gut bis auf Cu und Pb bei 95 MeV und Pb bei 280 MeV. In allen drei Fällen sind die errechneten Querschnitte zu groß. Bei 95 MeV hat der theoretische Wirkungsquerschnitt von Pb sogar ein Maximum (wahrscheinlich auch derjenige von Cu), das in den experimentellen Streukurven nicht zu erkennen ist.

Diese letzte Abweichung ist leicht zu erklären. Nach DE JUREN¹ ist die Halbwertsbreite der Energieverteilung etwa ± 15 MeV. Da für Cu und Pb die Wirkungsquerschnitte für Energien kleiner als 95 MeV etwa konstant sind, für höhere Energien dagegen zunächst sehr rasch abfallen, wird bei der Aufmittelung über das ganze Energiespektrum ein kleinerer Betrag für den Wirkungsquerschnitt herauskommen. Bei Aluminium nimmt der Wirkungsquerschnitt im ganzen Bereich des Energiespektrums gleichförmig ab, so daß bei der Mittelung keine wesentlichen Veränderungen auftreten können. Im nächsten Abschnitt soll darauf näher eingegangen werden.

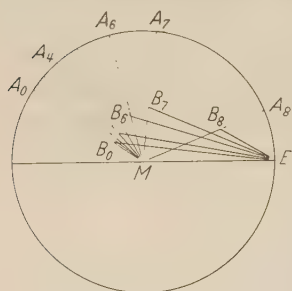


Fig. 4. Phasendiagramm für Al bei 85 MeV.

In Fig. 4 ist eine Darstellung gewählt worden, die in verhältnismäßig einfacher Weise gestattet, den Energieverlauf der Streukurven zu übersehen. Dazu sind in der komplexen Zahlenebene von M aus die Zahlen $e^{2i\eta_l}$ für den Fall des Al bei 85 MeV in Abhängigkeit von l eingezeichnet. Wären die η_l reell (reine Streuung), so lägen diese Zahlen auf dem Einheitskreis in den Punkten $A_0, A_1, \dots, A_8$. Die Imaginärteile von η_l (Absorption) verkürzen die Vektoren auf die Punkte $B_0, B_1, \dots, B_8$. Die Koeffizienten in der Kugelfunktionsreihe $|e^{2i\eta_l} - 1|^2$ werden dann durch die Betragsquadrate von $\vec{B_0E} \dots \vec{B_8E}$ dargestellt. Sinkt der Phasenwinkel $\varphi_0 = \Re(2i\eta_0)$ im Energiebereich von 85 bis 115 MeV von 148° auf 26° , so erkennt man, daß die Vektoren B_lE stark verkürzt werden, der Wirkungsquerschnitt also sehr stark abnehmen muß, und daß er außerdem auf Grund einer weiteren Verkleinerung von $(n-1)$ nicht mehr wesentlich abnehmen kann.

Für Blei sind die Phasenwinkel etwa doppelt so groß (da $R_{Pb} \approx 2R_{Al}$) und damit für 84 MeV noch größer als 180° . Verringert sich nun $(n-1)$ und damit φ_0 bei wachsender Energie, so muß zunächst der Wirkungsquerschnitt noch etwas ansteigen, so daß das Maximum erst bei etwa 100 MeV erreicht wird. Bei 115 MeV ist $\varphi_0 = 51^\circ$. Eine weitere Ver-

¹ JUREN, J. DE: Phys. Rev. **77**, 606 (1950).

kleinerung von φ_0 wird daher bei Blei noch ein Absinken des Wirkungsquerschnitts zur Folge haben.

Gerade diese Tatsache, daß der nahezu konstante Wirkungsquerschnitt für die leichten Kerne bei geringeren Energien als für die schweren Kerne erreicht wird, kann als Bestätigung dafür angesehen werden, daß bei Energien über 200 bis 250 MeV praktisch $\varphi_0 = 0$ ist, und die Streuung bei noch höheren Energien nur von der Absorption herrührt.

7. Die Wirkungsquerschnitte bei 280 MeV.

Für den am Schluß des vorigen Abschnitts beschriebenen Grenzfall vereinfacht sich die Formel für den totalen Wirkungsquerschnitt. In der Grenze $n-1 \rightarrow 0$ ist $i_1 = i_2 = 0$, und damit

$$\frac{\sigma_t}{\pi R^2} = 2 - \frac{4e^{r_1}}{r_2^2} [1 - (1 - r_2) e^{r_2}]. \quad (29)$$

Eine weitere Vereinfachung ergibt sich, wenn man $r_1 = 0$ setzt. Dann wird, wenn man berücksichtigt, daß $r_2 = -KR$ ist,

$$\frac{\sigma_t}{\pi R^2} = 2 - \frac{4}{(KR)^2} [1 - (1 + KR) e^{-KR}]. \quad (30)$$

Da bei großen Energien praktisch $r_1 = 0$ ist, stellt (30) eine gute Näherung für (29) dar.

Der Verlauf von (29) in Abhängigkeit von KR ist in Fig. 5 dargestellt. Aus den Arbeiten von DE JUREN¹ und FOX² sind die Meßpunkte für Al und Pb eingezeichnet ($\otimes$). Bei Pb zeigt sich die schon im vorigen Abschnitt erwähnte Abweichung.

Für diese Abweichung sind im Rahmen des durchgeführten Modells drei Gründe möglich:

1. Der oben erwähnte Grenzfall $n-1=0$ ist bei 280 MeV noch nicht erreicht.
2. Der Ansatz $R = r_0 \sqrt[3]{A} \cdot 10^{-13}$ cm mit $r_0 = 1,40$ ist nicht richtig.
3. Die oben benutzte Methode zur Bestimmung von K ist nicht anwendbar.

Der erste Grund ist leicht auszuschließen, weil eine Vergrößerung von $(n-1)$ vorwiegend eine Vergrößerung des theoretischen Wirkungsquerschnitts bei den schweren Kernen bewirkt.

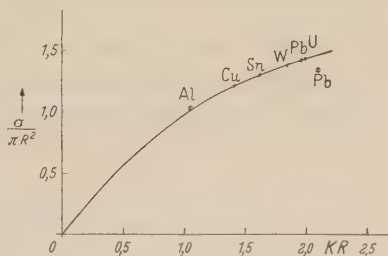


Fig. 5. $\sigma/\pi R^2$ in Abhängigkeit von KR für 6 Elemente, berechnet nach den Voraussetzungen des Abschn. 7.

¹ JUREN, J. DE: Phys. Rev. **80**, 27 (1950).

² FOX u. a.: l. c.

Zu 2. kann man sagen, daß r_0 wahrscheinlich nicht exakt konstant, sondern für schwere Kerne etwas größer als für leichte ist¹. Eine Vergrößerung von R bei schweren Kernen (und damit von KR) wird aber eine *Vergrößerung* des Wirkungsquerschnitts zur Folge haben, wie man sofort aus Fig. 4 sieht. Der mögliche Gang von r_0 würde also die Abweichungen eher noch stärker hervortreten lassen.

Zu 3.: Bisher wurde stets mit einer Absorptionskonstanten gerechnet, die von der Kernart nicht abhing. Das ist gerechtfertigt, wenn σ_{np} und $\sigma_{nn} = \sigma_{pp}$ nahe gleich sind, so daß sich der Neutronenüberschuß in schweren Kernen nicht auswirken kann. Da bei etwa 280 MeV σ_{pp} etwas größer als σ_{np} ist, würde sich bei genauer Rechnung sogar eine *Vergrößerung* von K und KR mit steigendem Atomgewicht ergeben, also wieder ein Effekt, der die bestehenden Abweichungen nur vergrößert.

Aus allen diesen Gründen bleibt anscheinend nur ein Weg offen: Die Annahme, daß $\sigma_{nn} = \sigma_{pp}$ ist, aufzugeben, und σ_{nn} so klein zu wählen, daß die Verschiebung des Mischungsverhältnisses von Neutronen und Protonen sich merklich in einer *Verkleinerung* von KR nur für die schweren Kerne auswirkt. Dann aber muß der Absorptionsfaktor q , der bisher den Wert $\frac{2}{3}$ hatte, vergrößert werden, um für die leichten Kerne mit geringem Neutronenüberschuß den bisherigen KR -Wert zu erhalten. Nach den Vorstellungen von GOLDBERGER sollte man in der Tat erwarten, daß bei so hohen Energien q näher an 1 heranrückt und etwa 0,9 beträgt. Auch dieser von GOLDBERGER geforderte Anstieg von q reicht allerdings noch nicht ganz aus.

Unter den geschilderten Gesichtspunkten schien es sinnvoll, die Rechnung unter folgenden Voraussetzungen zu wiederholen:

1. Der Absorptionsfaktor ist $q = 1$.
2. Der n - p Streuquerschnitt ist $\sigma_{np} = 0,038 \cdot 10^{-24} \text{ cm}^2$ (DE JUREN)².
3. Der n - n Streuquerschnitt ist $\sigma_{nn} = 0,016 \cdot 10^{-24} \text{ cm}^2$.
4. Der Kernradius ist $1,37 \cdot \sqrt[3]{A} \cdot 10^{-13} \text{ cm}$.

Hieraus berechnet sich z.B. $KR(\text{Al}) = 1,05$ und $KR(\text{Pb}) = 1,90$, und daraus

$$\sigma_t(\text{Al}) = 0,53 \cdot 10^{-24} \text{ cm}^2 (0,55 \cdot 10^{-24} \text{ cm}^2 \text{ experimentell}),$$

$$\sigma_t(\text{Pb}) = 2,95 \cdot 10^{-24} \text{ cm}^2 (2,96 \cdot 10^{-24} \text{ cm}^2 \text{ experimentell}).$$

In Fig. 5 ist das Verhältnis $\frac{\sigma_t}{\pi R^2}$ für sechs Kerne eingezeichnet, wie es sich aus den Messungen von DE JUREN ergibt ($\times$). Während bei Al die Übereinstimmung mit dem Experiment für beide in diesem

¹ FLÜGGE, S., u. K. WOESTE: Z. Physik **132**, 384 (1952).

² JUREN, J. DE: Phys. Rev. **80**, 27 (1950).

Abschnitt besprochenen Methoden gleich gut ist, gibt bei Pb (und den anderen schweren Kernen) nur die zweite Methode eine befriedigende Darstellung.

8. Die Dispersionsformel.

Fig. 3 zeigt deutlich, daß die aus dem FERMI-Modell folgende Energieabhängigkeit des Brechungsindex nicht richtig ist. Wahrscheinlich liegt das in der Hauptsache daran, daß der Potentialbegriff bei Streuung von Neutronen an zusammengesetzten Kernen nicht anwendbar ist, zumindest dann nicht, wenn die freie Weglänge der Neutronen in der Kernmaterie größer als die Ausdehnung der Kerne ist. Daher soll im folgenden eine Dispersionsformel abgeleitet werden, ohne daß es nötig ist, den Kern durch ein Potential zu beschreiben.

Der Grundgedanke entspricht der molekularen Theorie der Dispersion in der Optik¹. Die einfallende ebene Neutronenwelle wird in der Kernmaterie an den einzelnen Nukleonen gestreut. Sind die Streuwellen kohärent, so interferieren sie derart, daß im Aufpunkt P

$$\psi_P = e^{i k z_P} + \sum_Q \psi_Q u_{QP}$$

wieder eine ebene Welle, jedoch mit geänderter Phasengeschwindigkeit wird. Dabei soll Q Quellpunkt einer Streuwelle und u_{QP} die normierte Streuwelle sein. Ist q die Dichte der Streuzentren, so kann die Summe durch ein Volumintegral ersetzt werden:

$$\psi_P = e^{i k z_P} + \int d\tau_Q q_Q \psi_Q u_{QP}. \quad (31)$$

Da hier nur das Prinzip skizziert werden soll, beschränken wir uns nach dem optischen Vorbild auf die Lösung dieser Integralgleichung für einen mit Streuzentren erfüllten Halbraum $z > 0$. Wir erwarten dann, daß die Lösung

$$\psi(z) = \begin{cases} e^{i k z} + R \cdot e^{-i k z} & \text{für } z < 0 \\ A \cdot e^{i k n z} & \text{für } z > 0 \end{cases} \quad (32)$$

lautet. Ist dieser Ansatz richtig, so gilt für einen Aufpunkt im Innern des Mediums ($z_P > 0$):

$$A e^{i k n z_P} = e^{i k z_P} + q A \int d\tau_Q e^{i k n z_Q} u_{QP},$$

oder beim Übergang zu den Koordinaten $\mathbf{r} = \mathbf{r}_Q - \mathbf{r}_P$:

$$A - e^{i k (1-n) z_P} = q A \int_{z=-z_P} d\tau e^{i k n z} u(\mathbf{r}). \quad (33)$$

Die normierte Streuwelle $u(\mathbf{r})$ entnehmen wir aus der SCHRÖDINGER-Gleichung des Streuvorganges an einem einzelnen Streuzentrum: $u(\mathbf{r})$ erhält man aus derjenigen Lösung von

$$A\chi + [k^2 - V(r)]\chi = 0,$$

welche sich asymptotisch wie

$$\chi(\mathbf{r}) \sim e^{i k z} + u(\mathbf{r})$$

¹ BORN, M.: Optik, § 74. Berlin 1933.

verhält. Daher gilt

$$k^2 u = V(r) \chi - \Delta u;$$

für das zu berechnende Integral

$$J = \int_{z > -z_P} d\tau e^{i k n z} u(r)$$

wird daher sowohl

$$n^2 k^2 J = - \int d\tau u \Delta e^{i k n z}$$

als auch

$$k^2 J = \int d\tau V(r) \chi e^{i k n z} - \int d\tau e^{i k n z} \Delta u;$$

durch Anwendung des GREENSchen Satzes auf die Differenz dieser beiden Ausdrücke folgt:

$$(n^2 - 1) k^2 J = - \int d\tau V(r) \chi e^{i k n z} + \int df \left\{ \frac{\partial u}{\partial \nu} e^{i k n z} - u \frac{\partial}{\partial \nu} e^{i k n z} \right\}. \quad (34)$$

Dabei ist ν die äußere Normale zur begrenzenden Fläche $z = -z_P$. Für einen Aufpunkt, der mehrere Wellenlängen tief im Innern des Mediums liegt ($k z_P \gg 1$), kann

$$u = f(\vartheta) \frac{e^{i k r}}{r}$$

gesetzt werden; dann kann das Oberflächenintegral in (34)

$$J_0 = e^{-i k n z_P} \int_{z = -z_P} df \left(- \frac{\partial u}{\partial z} + i k n u \right)$$

geschrieben und ausgerechnet werden. Führt man zunächst in der Integrations-ebene $z = -z_P$ Polarkoordinaten ein und geht dann auf die Integrationsvariable r über, so entsteht durch elementare Umrechnung:

$$J_0 = 2\pi e^{-i k n z_P} \int_{z_P}^{\infty} dr \frac{e^{i k r}}{r} \left(z_P \left(i k - \frac{1}{r} \right) f(\vartheta) + \frac{\sqrt{r^2 - z_P^2}}{r} f'(\vartheta) + i k r n f(\vartheta) \right).$$

Hierin kann wieder unter der Voraussetzung $k z_P \gg 1$ das mittlere Glied sowie der Term mit $1/r$ im ersten Gliede vernachlässigt werden; es entsteht:

$$J_0 = 2\pi e^{-i k n z_P} i k \int_{z_P}^{\infty} dr \frac{e^{i k r}}{r} f(\vartheta) (z_P + n r),$$

worin ϑ als Funktion von r aufzufassen ist. Da der Faktor $e^{i k r}$ für $r \rightarrow \infty$ oszilliert, trägt zu dem Integral nur die Umgebung von $r = z_P$ bei; dort ist aber $\vartheta = \pi$, so daß wir erhalten

$$J_0 = -2\pi(n+1) e^{i k(1-n)z_P} f(\pi). \quad (35)$$

Zur Berechnung des Volumintegrals setzen wir die asymptotische Näherung

$$\chi = e^{i k(z_P - z_Q)} = e^{-i k z}$$

ein; dann entsteht

$$J_V = \int d\tau V(r) \chi e^{i k n z} = 4\pi \int_0^{\infty} dr r^2 V(r) \frac{\sin k(n-1)r}{k(n-1)r}.$$

Dies Integral ist genau so aufgebaut wie dasjenige, welches in der BORNschen Näherung $f(\vartheta)$ darstellt; nur daß in $f(\vartheta)$ die Größe $2k \sin \frac{\vartheta}{2}$ an Stelle von $k(n-1)$ zu setzen ist. Da für unseren Problemkreis $n \approx 1$, korrespondiert die kleine Zahl $n-1$ einfach dem kleinen Winkel ϑ , welcher dann ≈ 0 wird, d. h.

$$J_V = -4\pi f(0). \quad (36)$$

Setzen wir (35) und (36) in (34), und das letztere in (33) ein, so finden wir schließlich:

$$A - e^{ik(1-n)z_P} = \frac{\rho A}{(n^2 - 1)k^2} \{4\pi f(0) - 2\pi(n+1)e^{ik(1-n)z_P} f(\pi)\},$$

und diese Gleichung wird für jedes z_P erfüllt, falls

$$A = \frac{2}{n+1} \frac{f(0)}{f(\pi)} \quad (37)$$

und

$$n^2 - 1 = \frac{4\pi\rho}{k^2} f(0) \quad (38)$$

wird.

Der Ausdruck (37) entspricht für $f(0) = f(\pi)$ genau dem Resultat der FRESNELSchen Formeln bei senkrechter Inzidenz; für unseren Zweck ist die Dispersionsformel (38) von Interesse. Die Amplitude $f(0)$ setzt sich aus den Streuamplituden der n - p - und n - n -Streuung zusammen. Für $n \approx 1$ geht daher (38) in die bereits von JASTROW¹ ohne Begründung verwendete Formel über:

$$\left. \begin{aligned} (n-1) &= \frac{\pi\rho}{k^2} [f_{np}(0) + f_{nn}(0)] \\ &= \frac{1,79}{E_{\text{MeV}}} [\sqrt{\sigma_{np}(0)} + \sqrt{\sigma_{nn}(0)}], \end{aligned} \right\} \quad (39)$$

wenn der Kern gleichviel Neutronen und Protonen enthält, und wenn die Energie der einfallenden Neutronen in MeV und $\sigma_{np}(0)$ und $\sigma_{nn}(0)$ die differentiellen Streuquerschnitte für $\vartheta = 0$ gemessen in $10^{-27} \text{ cm}^2/\text{RWE}$ bedeuten.

Eine wesentliche Voraussetzung für diese Ableitung der Dispersionsformel (39) ist die Kohärenz der von den verschiedenen Nukleonen gestreuten Kugelwellen. Zunächst scheint es so, als ob diese Voraussetzung nicht erfüllt wäre. Wenn man nämlich von der Vorstellung eines Nukleonengases oder einer Flüssigkeit ausgeht, die einzelnen Streuer also nicht an ihren Platz gebunden sondern als frei verschiebbar annimmt, so wird bei jedem Streuprozess Energie an das streuende Nukleon abgegeben, und die Wellenlänge der weggehenden Kugelwelle verändert. Die Streuung ist also unelastisch und daher inkohärent. Nach GOLDBERGER² ist jedoch eine Energieübertragung an ein einzelnes Nukleon

¹ JASTROW, R.: Phys. Rev. **82**, 261 (1951).

² GOLDBERGER: l.c.

nicht immer möglich. Befindet sich der Kern im Grundzustand, d.h. sind im Kern von den Nukleonen die tiefsten Energieniveaus besetzt, so muß beim Stoßprozeß mit irgendeinem Nukleon mindestens so viel Energie abgegeben werden, daß das gestoßene Teilchen wenigstens in das tiefste noch unbesetzte Niveau gelangen kann. Da nun die an das einzelne Nukleon abgegebene Energie um so kleiner ist, je kleiner der Winkel ist, um den das stoßende Neutron abgelenkt worden ist, je kleiner also der Streuwinkel ϑ ist, so bedeutet das, daß unelastische Streuung nur möglich ist, wenn ϑ größer ist als ein bestimmter Grenzwinkel ϑ_0 . Aus der Arbeit von GOLDBERGER kann man entnehmen, daß der Grenzwinkel für 90 MeV $\vartheta_0 \approx 56^\circ$ und für 280 MeV $\vartheta_0 \approx 31^\circ$ ist. Ist jedoch $\vartheta < \vartheta_0$,

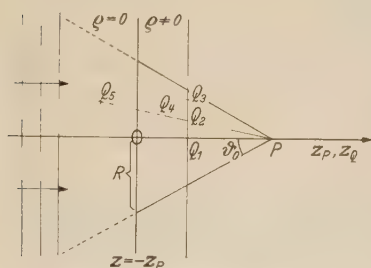


Fig. 6. Zur Dispersionstheorie.

winkel für 90 MeV $\vartheta_0 \approx 56^\circ$ und für 280 MeV $\vartheta_0 \approx 31^\circ$ ist. Ist jedoch $\vartheta < \vartheta_0$, so ist das streuende Nukleon starr an den Kern gebunden. Der vom einfallenden Neutron beim Richtungswechsel abgegebene Impuls wird vom Kern als Ganzes übernommen, und Energie wird im Schwerpunktsystem Neutron-Kern nicht übertragen. Eine elastische Streuung findet also nur in das Innere eines Kegels vom Öffnungswinkel ϑ_0 statt.

Umgekehrt können in P nur Wellen aus jenen Quellpunkten Q superponiert werden, die im Innern eines Kegels liegen, dessen Spitze in P ist, und der einen Öffnungswinkel ϑ_0 hat (Fig. 6). Damit ergeben sich für die Herleitung der Dispersionsformel einige Änderungen, die wenigstens qualitativ besprochen werden sollen.

Dazu mag zunächst das Zustandekommen einer kleineren Phasengeschwindigkeit im Medium veranschaulicht werden. Betrachten wir die Streupunkte Q_1, Q_2, Q_3 auf einer Phasenfläche der ebenen Welle! Die von Q_1 kommende Kugelwelle, die mit Vakuumgeschwindigkeit läuft, trifft phasengleich mit der ebenen Welle e^{ikz} in P ein, die in $Q_2, Q_3, \dots$ gestreuten Wellen dagegen wegen ihrer größeren Entfernung mit einer Phasenverzögerung. Die resultierende Welle wird also hinter der Vakuumwelle zurückbleiben. Streuen jedoch nur die Wellen aus dem Innern des Kegels, so fallen gerade diejenigen Streuwellen aus, die eine stärkere Phasenverzögerung hervorrufen. Daher werden bei engerem Streukegel, d.h. bei höheren Energien, die Phasenverzögerungen und damit $(n-1)$ kleiner werden. Im gleichen Sinne dürfte die bei höheren Energien verstärkte Anisotropie der Streuung wirken. Schließlich muß noch berücksichtigt werden, daß das Medium nicht beliebig weit ausgedehnt ist, sondern nur eine Ausdehnung von einigen Wellenlängen besitzt, so daß die Voraussetzung $kz_p \gg 1$ nicht zutrifft. Man vergleiche z.B. die Streuwellen, die von $Q_2, Q_4, Q_5, \dots$, also aus der gleichen Rich-

tung herkommen. Je weiter die Quellpunkte zurückliegen, um so größer ist die Phasenverzögerung der von dort ausgehenden Wellen. Ist also nicht $kz_p \gg 1$, so wird $(n-1)$ wiederum kleiner. Auch dieser Effekt wird sich um so stärker auswirken, je kleiner die Wellenlänge ist. Aus all diesen Gründen können die nach (39) berechneten Werte nur obere Grenzen von $(n-1)$ darstellen.

Nach den Experimenten¹ ist

$$\text{bei } 90 \text{ MeV} \quad \sigma_{np}(0) = 17 \cdot 10^{-27} \text{ cm}^2,$$

$$\text{bei } 260 \text{ MeV} \quad \sigma_{np}(0) = 13 \cdot 10^{-27} \text{ cm}^2.$$

Setzt man $f_{nn} = f_{pp}$ so folgt ebenfalls aus den Experimenten²

$$\text{bei } 90 \text{ MeV} \quad \sigma_{nn}(0) \approx 6 \cdot 10^{-27} \text{ cm}^2,$$

$$\text{bei } 280 \text{ MeV} \quad \sigma_{nn}(0) \approx 4 \cdot 10^{-27} \text{ cm}^2.$$

Daraus folgt für $(n-1)$

$$\text{bei } 90 \text{ MeV: } (n-1) = 0,130 \quad \text{gegenüber} \quad 0,115 \text{ nach FERMI,}$$

$$\text{bei } 280 \text{ MeV: } (n-1) = 0,035 \quad \text{gegenüber} \quad 0,052 \text{ nach FERMI}$$

und das Verhältnis

$$\frac{(n-1)_{90 \text{ MeV}}}{(n-1)_{280 \text{ MeV}}} = 3,7 \quad \text{gegenüber} \quad 2,2 \text{ nach FERMI.}$$

Bei 90 MeV sind die nach beiden Methoden berechneten Werte etwa gleich und stimmen mit den aus den Experimenten berechneten Werten überein. Bei 280 MeV ist zwar der nach (39) ermittelte Wert besser als der nach FERMI bestimmte, jedoch ist er im Vergleich mit dem aus den Wirkungsquerschnitten berechneten immer noch zu groß. Dies ist nach den oben erwähnten Korrekturen verständlich.

In den bisherigen Überlegungen ist davon ausgegangen worden, daß alle elastisch gestreuten Wellen kohärent sind. Dies ist nur dann richtig, wenn sich der Kern während des ganzen Streuvorgangs nicht verändert. Finden jedoch Dichteschwankungen oder bei gleichbleibender Dichte Platzwechsel von Neutronen und Protonen statt, so wird inkohärente Streuung entstehen, so wie es vom TYNDALL-Effekt in der Optik bekannt ist. Dies muß sich in einer Erhöhung der Absorptionskonstanten auswirken. Bisher war in Gl. (28) für 90 MeV $q = \frac{2}{3}$ gesetzt, in Übereinstimmung mit der Arbeit von GOLDBERGER. Für 280 MeV dürfte nach GOLDBERGER $q = 0,90$ sein, während nach Abschn. 7 $q = 1$ gefordert

¹ HADLEY u. a.: l. c. — CHAMBERLAIN, O., E. SEGRÈ u. C. WIEGAND: Phys. Rev. **83**, 923 (1951).

² BIRGE: l. c. — KELLEY, E., C. LEITH, E. SEGRÈ u. C. WIEGAND: Phys. Rev. **79**, 96 (1950).

wurde. Vielleicht ist eine solche Erhöhung der Absorptionskonstanten durch das Auftreten inkohärenter, elastischer Streustrahlung zu verstehen.

Zusammenfassung.

Einen Überblick über die Abhängigkeit des Wirkungsquerschnitts mittlerer und schwerer Kerne gegenüber Neutronen höherer Energie gewinnt man leicht an Hand des Vektordiagramms (Fig. 4).

1. Bei Energien von 20 bis 30 MeV sind die Wirkungsquerschnitte σ_{np} und σ_{nn} und daher auch die Absorptionskonstante K groß. Die Endpunkte der Phasenvektoren liegen infolgedessen ganz dicht bei M . Daraus ergibt sich $\sigma_i \approx 2\pi R^2$, unabhängig von $(n-1)$. Dies entspricht den experimentellen Arbeiten von R. SHERR¹.

2. Im Bereich von 30 bis 80 MeV nimmt die Absorptionskonstante stark ab, und daher beginnt jetzt der Brechungsindex, sich auf die Wirkungsquerschnitte auszuwirken. Genauer lässt sich in diesem Bereich nicht sagen, da hier die entwickelte Näherungsmethode verhältnismäßig schlecht ist. So sind die für 42 MeV berechneten Wirkungsquerschnitte stets kleiner als die von HILDEBRAND und LEITH² gemessenen Werte. Dies liegt wahrscheinlich an der Vernachlässigung der Phasen η_l mit $l + \frac{1}{2} > kR$, die bei dieser kleinen Energie nicht möglich ist. Lediglich die Tatsache, daß die gemessenen Wirkungsquerschnitte der mittleren Kerne verhältnismäßig groß sind, ist leicht zu verstehen, weil für diese Kerne der Phasenwinkel φ_0 etwa die Maximallage $\varphi_0 = 180^\circ$ einnimmt.

3. Bei 80 bis 150 MeV ändert sich $(n-1)$ sehr stark. Da K hier bereits klein ist, d. h. die Vektoren $\overrightarrow{MB_i}$ nur wenig verkürzt sind, wirkt sich die Verkleinerung von $(n-1)$ deutlich aus. Die Maximallage ($\varphi_0 \approx 180^\circ$) wird für Kerne verschiedener Größe bei verschiedenen Energien erreicht. Daher das ungleiche Verhalten der Kerne in diesem Energiebereich in Übereinstimmung mit den in Abschn. 7 angeführten experimentellen Arbeiten.

4. Bei Energien über 150 MeV wird $(n-1)$ und damit φ_0 nahezu Null und deshalb der Wirkungsquerschnitt im wesentlichen durch die Absorption bestimmt. In Übereinstimmung mit den in diesem Energiebereich fast konstanten Werten für σ_{np} und σ_{pp} ändern sich die Wirkungsquerschnitte ebenfalls sehr wenig. Bei schweren Kernen tritt dies erst bei höheren Energien ein, entsprechend der Beziehung $\varphi_0 = (n-1)kR$.

5. Der Verlauf von $(n-1)$ in Abhängigkeit von der Energie wird durch die Formel für ein FERMI-Gas schlecht, durch die Dispersionsformel (34) etwas besser wiedergegeben. In beiden Fällen ist $(n-1)$ bei

¹ SHERR, R.: Phys. Rev. **68**, 240 (1945).

² HILDEBRAND, R. H., u. C. E. LEITH: Phys. Rev. **80**, 842 (1950).

Energien über 150 MeV zu groß. Bei (39) läßt sich einsehen, weshalb diese Werte zu groß sind.

6. Die Absorptionskonstante ist nach GOLDBERGER

$$K = q \cdot 8,7 \cdot 10^{13} (\sigma_{np} + \sigma_{nn}) \text{ cm}^{-1}$$

mit energieabhängigem q gesetzt. Im allgemeinen kann man aus den Meßergebnissen keinen zuverlässigen Wert für σ_{nn} erhalten, weil $(n-1)$ zugleich als Unbekannte auftritt. Nur die Messungen bei 280 MeV scheinen eine Abschätzung für σ_{nn} zu ermöglichen. Es bleibt aber eine Unsicherheit wegen des Faktors q . Wählt man bei diesen hohen Energien $q=1$ und $\sigma_{nn}=16 \cdot 10^{-27} \text{ cm}^2$, so stimmen die berechneten Wirkungsquerschnitte mit allen bei 270 bzw. 280 MeV von R. FOX¹ und DE JUREN² gemessenen Werten überein.

Diese Arbeit wurde ausgeführt am Institut für Struktur der Materie der Universität Marburg. Meinem verehrten Lehrer, Herrn Prof. Dr. S. FLÜGGE, danke ich für die Anregung zu dieser Arbeit und für viele fördernde Diskussionen. Ferner danke ich Herrn Dr. H. MARSCHALL für mehrere wertvolle Hinweise.

Marburg a. d. Lahn, Institut für Struktur der Materie.

¹ FOX u. a.: l. c.

² JUREN, J. DE: Phys. Rev. **77**, 606 (1950).

...the ... of the ...

...the ... of the ...

...the ... of the ...

...the ... of the ...

...the ... of the ...

...the ... of the ...

...the ... of the ...

...the ... of the ...

...the ... of the ...

Lebenslauf.

Am 10. Mai 1920 wurde ich in Heinrichswalde (Ostpreußen) als Sohn des Landwirts MAX MEMMERT und seiner Ehefrau BETTINA, geb. GOERKE, geboren. Ich bin evangelischer Konfession und besitze die deutsche Staatsangehörigkeit.

Von 1926 bis 1930 besuchte ich die Volksschule in Tilsit und Königsberg/Pr. und anschließend die Oberrealschule auf der Burg Königsberg/Pr., an welcher ich am 3. März 1938 die Reifeprüfung ablegte. Anschließend begann ich an der Universität in Königsberg/Pr. Mathematik, Physik und Chemie zu studieren. Im Kriege war ich Soldat mit Ausnahme eines Studienurlaubs, in welchem ich die Diplomprüfung am 19. Dezember 1944 ablegte. Nach Rückkehr aus der Kriegsgefangenschaft im Jahre 1950 wurde mir die Möglichkeit gegeben, am Institut für Struktur der Materie in Marburg zu promovieren.

Meine akademischen Lehrer in Königsberg/Pr. und Marburg waren die Herren Professoren:

FLÜGGE, KÄHLER, KRETSCHMANN, MAGNUS, SAUTER, SCHÜTZ, SCHWARZ, SPERNER, WALCHER.

Allen meinen verehrten Lehrern bin ich zu großem Dank verpflichtet.

Das Rigorosum bestand ich am 14. Juni 1952.

Seit dem 1. August 1952 bin ich im Zentrallaboratorium der Siemens & Halske AG. in München tätig.

Liberalism

Liberalism is a political and economic philosophy that advocates individual rights, free markets, and limited government. It is based on the principles of liberty, equality, and justice.

The liberal movement began in the 17th century in England, where it was a response to the absolute monarchy of the time. Liberals sought to limit the power of the state and protect the rights of the individual. This led to the development of constitutional government and the rule of law.

In the 19th century, liberalism became a dominant force in Western society. It was the basis for the Industrial Revolution and the expansion of democracy. Liberals believed in the power of reason and progress, and they sought to improve the lives of all people.

Liberalism has been a source of inspiration for many movements and reforms. It has led to the establishment of democratic governments, the protection of civil liberties, and the promotion of economic freedom. Today, liberalism remains a powerful force in the world.